

2023 秋: 代数学 (实验班)

任课老师: 肖梁 (lxiao@bicmr.pku.edu.cn)

课程时间: 单周一 1-2, 周四 7-8 (三教 507)

答疑时间: 周二上午 9-10 点, 数学中心 78101-1

网页: <http://bicmr.pku.edu.cn/~lxiao/23fall/2023fall.htm>

课程介绍: 本课程是抽象代数的实验班, 主要讨论群、环、模及域等基本性质, 具体内容如下:

- (1) 群: 子群、商群、同态、群作用、西罗子群、群的直积和半直积、可解群、合成群列
- (2) 环: 理想、同态、商环、分式域、欧几里得整环、主理想整环、唯一分解整环
- (3) 模: 模直和、自由模、主理想整环上模结构定理、整合列、张量积、局部化
- (4) 域: 域扩张、分裂域、伽罗华理论、分圆域、五次方程分裂域、无穷伽罗华群

教材及参考资料:

- D. Dummit, R. Foote, *Abstract Algebra*, 3rd edition.
- 丁石孙、聂灵沼, 代数学引论 (第二版)
- 李文威, 代数学方法 (第一卷)
- T. Hungerford, *Algebra*, Graduate Textbook of Mathematics 73.
- M. Atiyah, I. MacDonald, *Introduction to Commutative Algebra*.

课程评分方案:

作业: 14%, 共 7 次, 每两周一次, 习题课提交

小论文: 6%, 最后一次习题课提交

期中考试: 30%, 11 月 9 日, 周四

期末考试: 50%, 2024 年 1 月 11 日下午

作业: 作业在网页上发布, 每两周在习题课提交. 作业题目中对错题只需要给出答案, 无需解释理由. 热身问题不需要提交, 标准题目选择 10 道提交, 较困难题目选择 5 道提交. (虽然并不是所有作业题都需要提交纸质解答, 但希望学生们至少尝试每道作业题, 考试题目中有 30% 以上为作业题的原题或简单变换.) 我们鼓励学生们讨论作业题, 但必须独立书写题目解答. 解答中英文皆可.

小论文: 选择一个自己感兴趣的与代数学有关的话题写一篇 5-10 页的综述或者对一个具体问题的研究, 内容不限. 注意写作规范及格式、用 LaTeX 排版. 选题举例: 希尔伯特基定理、域上的中心单代数、伽罗华理论与三次和四次求根公式、典型李群介绍等等.

Syllabus (tentative)

Lectures	Date	Content
1	9/11	Groups, permutation groups, and isomomorphisms, §1.1–1.3, 1.6, 2.1
2	9/14	Cosets, Lagrange theorem, quotient groups, §1.6, 2.2–2.5, 3.1–3.2.
3	9/21	Isomorphism theorems, composition series, Hölder program, §3.3–3.4.
4	9/25	Jordan–Hölder theorem, simplicity of A_n , and finitely generated abelian groups, §3.4, 5.1–5.2.
5	9/28	Recognizing direct produces, group actions, semi-direct products, §1.7, 2.2, 4.1–4.2, 5.4–5.5.
Happy National Holidays!		
6	10/9	Stabilizers and orbits of group actions, class equation, outer automorphisms, §4.3–4.4.
7	10/12	Sylow’s theorems and applications, §4.5.
8	10/19	Commutator subgroups, nilpotent groups, and p -groups, §6.
9	10/23	Rings, ideals, and quotient rings. §7.
10	10/26	Chinese remainder theorem, maximal and prime ideals, and PIDs §7.6, 8.2.
11	11/2	Euclidean domains and Unique factorization domains §8.1, 8.3.
12	11/6	UFD properties of polynomial rings §9.
	11/9	Midterm exam.
13	11/16	Modules and classification of finitely generated modules over PID, §10.1, 12.1.
14	11/20	Field extensions, [丁聂, §7.1–7.2].
15	11/23	Normal extensions, [丁聂, §7.3, 7.7].
16	11/30	Separable extensions and finite fields [丁聂, §7.4–7.5].
17	12/4	Galois theory I, [丁聂, §7.6, 8.1].
18	12/7	Galois theory II [丁聂, §8.1].
19	12/14	Galois group of polynomial, Insolvability of the Quintic, §14.6–14.8.
20	12/18	TBD
21	12/21	TBD
22	12/28	TBD

	1/11	afternoon Final Exam
--	------	-----------------------------