数学模型　期中考试（1）

答题时请注意：

- 计算题需要有完整的解题步骤，证明题需要严密的论证过程。
- 没有出现在答题纸上的要点，视为答题人不知道或者没有能力阐述清楚。
- 答题纸上不需要抄题目。但是请标好答题序号。
- 请大家严格遵守考试纪律。祝大家考试顺利！

1. 化学反应模型。考虑可逆反应 (reversible transform)

$$A \xrightarrow{k_1} 2B \quad \text{and} \quad 2B \xrightarrow{k_2} A.$$

用 $A(t)$ $B(t)$ 分别表示物质A，B的浓度，它们满足初值条件

$$A(0) = A_0 > 0, \quad B(0) = B_0 > 0, \quad M = 2A_0 + B_0.$$

（a）（10分）写出 $A(t), B(t)$ 满足的变化率模型，并求出该系统对应初值条件的（非零）平衡解 $(\bar{A}, \bar{B}) \in \mathbb{R}^2$。

（b）（10分）写出系统在平衡解 $(\bar{A}, \bar{B})$ 处的近似线性方程对应的系数矩阵。尝试使用 p, q 判别法判断其稳定性。（如果是临界情况，就指出无法这个判别法判断。）

（c）（10分）定义

$$S(t) = A\left[\ln\left(k_1 A\right) - 1\right] + B\left[\ln\left(\sqrt{k_2} B\right) - 1\right],$$

通过计算证明 $S'(t) \le 0$.