数学模型　期中考试（1）

答题时请注意：

- 计算题需要有完整的解题步骤，证明题需要严密的论证过程。
- 没有出现在答题纸上的要点，视为答题人不知道或者没有能力阐述清楚。
- 答题纸上不需要抄题目。但是请标好答题序号。
- 请大家严格遵守考试纪律。祝大家考试顺利！

2. 一阶波方程和特征线法。考虑一维的 traffic flow 方程

$$u_t + (1-u)u_x = 0.$$

如果已知

$$u(x,0) = f(x) = \begin{cases} 1, & x > 1 \text{ or } x < -1 \\ |x|, & |x| \le 1 \end{cases}$$

（a）（10分）证明该方程的特征线（在相交之前）是 $x-t$ 平面上的直线。

（b）（15分）当 $0 < t \le 1$ 时，在 $x-t$ 平面画出特征线的示意图，用特征线法求方程的解，并画出 $t=1$ 时 u 的图像。

（c）（10分）当 $t > 1$ 时，我们假设在特征线相交处形成激波，求激波的位置 $s(t)$，并求解方程。