数学模型　期中考试（2）

Exam Date: June 3.　Time: 08:00 am to 09:40 am.（100 minutes）

答题时请注意：

- 计算题需要有完整的解题步骤，证明题需要严密的论证过程。
- 没有出现在答题纸上的要点，视为答题人不知道或者没有能力阐述清楚。
- 答题纸上不需要抄题目。但是请标好答题序号。
- 请大家严格遵守考试纪律。祝大家考试顺利!

3. (概率模型) a.（20分）考虑一所两年制的学校，一年级生在下一年，70% 会升到二年级，15% 留在一年级，15% 退学，二年级生在下一年，80% 会毕业，10% 留在二年级，10% 退学。用一个马氏链来描述此过程，写出转移概率矩阵。新生最终毕业的比例是多少？一个新生预期毕业或者退学要花多少年？（毕业或者退学是一个事件，是需要算一个预期时间。）

b.（10分）一个赌徒每轮游戏会有 $p \in (0,1)$ 的概率赢一块钱，也会有 $q = 1-p$ 的概率输掉一块钱。如果赌徒输光了钱，或者赌资达到 $N \in \mathbb{N}$ 块钱，则赌徒将停止赌博。若赌徒在 n 轮游戏后的赌资为 X_n，建立一个马氏链模型，并写出转移概率矩阵。如果一个赌徒开始有 i 块钱（$0 < i < N$）那么，他的赌资（在输光前）达到了 N 块钱的概率是多少？如果 $N \to \infty$ 会怎么样？