数学模型 HW 5

Due Date: May 18, 交于教学网.

2020 年 4 月 27 日

鼓励相互讨论，但是请独立完成作业的写作。

1. 阅读讲义5.4节，学习薛定谔方程的求解思路，对于形如

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}c_n(t)\Psi_n(x)$$

的解，写出系数的表达式

$$c_n(t)=e^{-\frac{iE_nt}{\hbar}}\int_{\mathbb{R}}u_0(x)\Psi_n(x)dx.$$

具体推导过程。（提示：只需要利用 Ψ_n 的正交性。）并求$G(x,t,x')$，使得

$$u(x,t)=\int_{\mathbb{R}}u_0(x')G(x,t,x')dx'.$$

2. 直接求解下格林函数 $G(x,x_0)$ $(x_0\in(0,L))$

$$\frac{d^2}{dx^2}G=\delta(x-x_0),\quad 0<x<L,$$

$$G(0,x_0)=0,\quad \frac{d}{dx}G(L)+G(L)=0.$$

3. 不求解 $u(x)$，判断下面的情况中， BVP 有多少解

$$\frac{d^2}{dx^2}u+\gamma u=\sin x.$$

(a) $\gamma=1$， $u(0)=u(\pi)=0$.

(b) $\gamma=-1$， $u(0)=u(\pi)=0$.

(c) $\gamma=2$， $u(0)=u(\pi)=0$.

4. 是否存在 β，使得下面的BVP有解

$$\frac{d^2}{dx^2}u+u=\beta+x,$$

$$u(-\pi)=u(\pi),\quad \frac{d}{dx}u(-\pi)=\frac{d}{dx}u(\pi).$$

5. 教材二，第105页， 4.1。（注意，教材二的符号和我们在讲义中的符号有所不同。大家选择一个自己习惯的符号系统就好。）

6. 教材二，第107页， 4.5。