微分方程数值解 HW 3

Due Date: 10-16, 在教学网上提交.

2022 年 10 月 5 日

鼓励相互讨论，但是请独立完成作业的写作。

1、考虑一维的反应扩散方程（$p(x)>0$）

$$u_t = (p(x)u_x)_x + f(x), \quad 0<x<1, \quad t>0.$$

和初边值条件

$$-p(0)u_x(0,t) = \alpha_0(t)u(0,t) + \alpha_1(t), \quad u(1,t) = 0, \quad t>0,$$

$$u(x,0) = g(x), \quad 0 \le x \le 1.$$

（1）构造时空网格（令 $x_0 = 0$），用有限体积法（积分插值法）构造显格式和隐格式。

（2）推导差分方程的初边值条件。特别的，对于 $x=0$ 的边值条件，尝试通过对方程在 $[x_0, x_{\frac{1}{2}}]$ 上积分并离散获得。

2、习题2，问题10。

3、习题2、问题16。

4、习题2、问题17。

5、习题2、问题22。

6、给出显格式、隐格式、Crank-Nicolson 格式的局部截断误差和增长因子的完整计算过程。（虽然很繁琐，但是的确是必要的练习……）